

□ Die folgenden Aufgaben dienen zur Nachbereitung des Lektionsvideos zur Einführung von Funktionenscharen.

- Gib die Gleichung einer Funktionenschar an, deren Graph eine nach oben geöffnete Normalparabel darstellt, die beliebig in y-Richtung verschoben ist.
- Gib die Gleichung einer Funktionenschar an, deren Graphen Parabeln mit Scheitelpunkt im Ursprung darstellen. Die Parabeln können nach oben oder unten geöffnet sein sowie beliebig gestreckt oder gestaucht werden.
- Die folgenden Funktionen sind ausgewählte Vertreter einer Funktionenschar:

$$f(x) = 4x^3 + 2x + 2$$

$$g(x) = 6x^3 + 3x + 2$$

$$h(x) = 10x^3 + 5x + 2$$

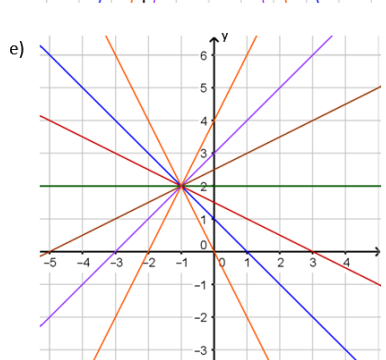
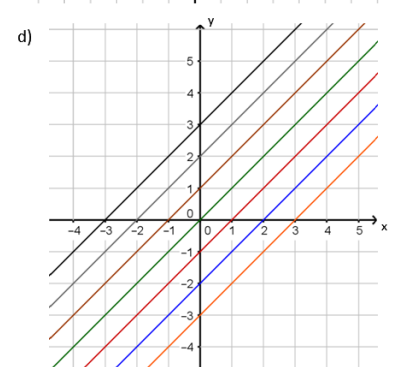
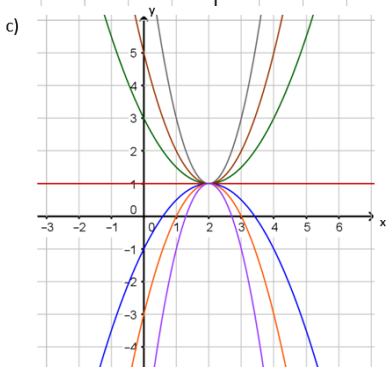
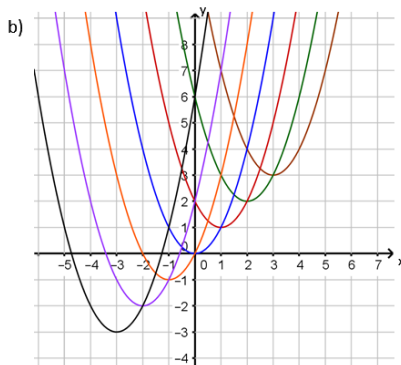
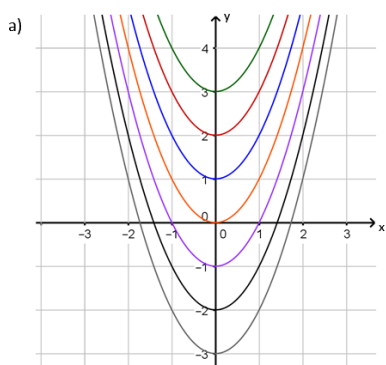
$$i(x) = \frac{6}{5}x^3 + \frac{3}{5}x + 2$$

Gib die allgemeine Funktionsgleichung dieser Schar an.















m13v0332





□ Gib jeweils eine mögliche Funktionsgleichung für die Funktionenschar an



m13v0450

<input type="checkbox"/>	<p>Führe eine Kurvendiskussion durch für die Funktionenschar $f_a(x) = x^3 + ax^2$; $a \in \mathbb{R}$.</p> <p>Untersuche bzw. bestimme:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1.) den (maximalen) Definitionsbereich (2.) Symmetrie (3.) Nullstellen (4.) Ableitungen (5.) Extrempunkte (6.) Wendepunkte 	 <p>m13v0333</p>
<input type="checkbox"/>	<p><u>Hinweis:</u> Diese Aufgabe verwendet die Ergebnisse aus dem Video m13v0333, bei der die Funktionenschar $f_a(x) = x^3 + ax^2$ mit $a \in \mathbb{R}$ untersucht wurde. Dabei wurden u.a. die Koordinaten des Extrempunkt E_2 und des Wendepunkt W in Abhängigkeit vom Scharparameter a bestimmt.</p> <p>Bestimme nun die Gleichung der Ortskurve für:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) den Extrempunkt $E_2 \left(-\frac{2}{3}a \mid \frac{4}{27}a^3 \right)$. b) den Wendepunkt $W \left(-\frac{1}{3}a \mid \frac{2}{27}a^3 \right)$. 	 <p>m13v0338</p>
<input type="checkbox"/>	<p>Bestimme den/die gemeinsamen Punkt(e) der Funktionenschar $f_t(x) = x^3 + tx^2 - 2tx + t$ mit $t \in \mathbb{R}$.</p>	 <p>m13v0339</p>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = x^3 + ax^2 - \frac{1}{2}ax + 2$ mit $a \in \mathbb{R}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Für welchen Wert von a geht der Graph von $f_a(x)$ durch den Punkt $P(2 -2)$? b) Für welchen Wert von a hat der Graph von $f_a(x)$ einen Wendepunkt an der Stelle $x = 1$? c) Für welche Werte von a hat der Graph von $f_a(x)$ keine Extrempunkte? 	 <p>m13v0340</p>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = 2x^2 - xa + 2$.</p> <p>Bestimme, für welche Werte von a der Extrempunkt des Graphen von f_a ...</p> <ol style="list-style-type: none"> a) ... auf der x-Achse liegt. b) ... auf der y-Achse liegt. c) ... auf der Geraden $y=x$ liegt. 	 <p>m13v0341</p>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Funktionenschar:</p> $f_a(x) = ax^3 - 3x^2; \quad a \neq 0$ <p>Gesucht ist der Parameter a, bei dem die momentane Änderungsrate der Funktion an der Stelle $x = 3$ der mittleren Änderungsrate auf dem Intervall $[-1; 2]$ entspricht.</p>	 <p>m13v0434</p>

<input type="checkbox"/>	<p>a) Für welche Werte des Parameters t hat der Graph der Funktionenschar</p> $f_t(x) = -x^2 + tx$ <p>an der Stelle $x = 1$ die Steigung 8 ?</p> <p>b) Für welche Werte des Parameters k ist der Graph der Funktionenschar</p> $f_k(x) = kx^2 - k^2x; k \neq 0$ <p>an der Stelle $x = 2$ streng-monoton steigend ?</p> <p>c) Für welche Werte des Parameters a ist der Graph der Funktionenschar</p> $f_a(x) = ax^3 - a^2x^2 + a^3x; a \neq 0$ <p>an der Stelle $x = 1$ linksgekrümmt ?</p>	 <u>m13v0454</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Untersuche die Anzahl der Extrempunkte von f in Abhängigkeit vom Parameter a.</p> <p>a) $f_a(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + ax + a; a \in \mathbb{R}$</p> <p>b) $f_a(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3+a)x^2 + 3ax + 1; a \in \mathbb{R}$</p>	 <u>m13v0455</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = kx^4 - 2kx^2$, wobei $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.</p> <p>a) Zeige, dass $f_k'(x) = 4kx \cdot (x^2 - 1)$ eine Gleichung der ersten Ableitung von f_k ist.</p> <p>b) Zeige, dass die Extremstellen der Graphen von f_k unabhängig von k sind. Gib in Abhängigkeit von k an, ob die Extrempunkte Hochpunkte bzw. Tiefpunkte sind.</p> <p>c) Bestimme den Wert von k, für den der Graph von f_k Hochpunkte mit der y-Koordinate 4 hat.</p>	 <u>m13v0640</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Kurvenschar $f_a(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + 4x + 1$.</p> <p>Prüfe, ob es Werte des Parameters a gibt, für den der Graph von f_a einen Sattelpunkt hat. Falls ja, dann gib die Koordinaten des Sattelpunktes an.</p>	 <u>m13v0458</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Prüfe, ob die Funktionen g und h zur Funktionenschar</p> $f_a(x) = (a-1) \cdot x^2 + \frac{a}{4}x - \frac{2}{a}$ <p>gehören.</p> <p>a) $g(x) = 3x^2 + x - 0,5$</p> <p>b) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x - \frac{3}{4}$</p>	 <u>m13v0488</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = x^2 + 5x + a$ mit $a \in \mathbb{R}$.</p> <p>Die Nullstellen sind $x_1 = k$ und $x_2 = -2k$ mit $k \in \mathbb{R}$.</p> <p>Bestimme die Werte von a und k.</p>	 <u>m13v0635</u>

<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = ax^2 + (4 - 2a)x - 7$ mit $a \in \mathbb{R}$.</p> <p>a) Zeige rechnerisch, dass der Punkt $P(2 1)$ für beliebige Werte von a auf den Graphen von f_a liegt.</p> <p>Ein weiterer gemeinsamer Punkt der Funktionenschar ist der y-Achsen Schnittpunkt $Q(0 -7)$. Für $a \neq 0$ hat jeder Graph von f_a eine Tangente, die parallel zur Geraden durch P und Q verläuft.</p> <p>b) Zeige, dass alle diese Tangenten Berührungspunkte mit derselben x-Koordinate haben.</p>	 <u>m13v0571</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = x^3 + ax^2 - ax$, mit $a \in \mathbb{R}$.</p> <p>a) Bestimme die Ortskurve der Wendepunkte von f_a.</p> <p>b) Zeige, dass die Wendetangente von f_a für $a = -4,5$ die Steigung $-2,25$ hat.</p>	 <u>m13v0601</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Bestimme alle ganzrationalen Funktionen dritten Grades, deren Graphen punktsymmetrisch zum Ursprung sind und die bei $x = 3$ einen Extrempunkt haben.</p>	 <u>m13v0627</u>
<input type="checkbox"/>	<p>Bestimme alle ganzrationalen Funktionen dritten Grades, deren Graph im Ursprung einen Wendepunkt mit der Wendetangenten $y = 2x$ hat.</p>	 <u>m13v0628</u>