☐ Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt; die Trefferwahrscheinlichkeit beträgt $\frac{2}{7}$.

Vervollständige die Gleichung zur Berechnung einer Ereigniswahrscheinlichkeit.

$$P(X = \quad) = \binom{\quad}{4}\cdot\left(\quad\right)^5\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^4$$

m13v0604

Eine kleine Aufgabe, mit der du überprüfen kannst, ob du die Bernoulli-Formel verstanden hast.

☐ Die Wahrscheinlichkeit, ein Spiel an einem Glückspielautomaten zu gewinnen, beträgt 0,4.

Gib jeweils eine passende Beschreibung für die Ereignisse A bis F an, deren Wahrscheinlichkeiten wie folgt berechnet werden:

a) $P(A) = \binom{16}{7}\cdot 0{,}4^7\cdot 0{,}6^9$

b) $P(B) = \binom{16}{7}\cdot 0{,}4^9\cdot 0{,}6^7$

c) $P(C) = 1 - 0{,}4^3$

d) $P(D) = (1 - 0{,}4)^6$

e) $P(E) = 0{,}6^5 + 5\cdot 0{,}4\cdot 0{,}6^4$

f) $P(F) = 1 - \binom{8}{2}\cdot 0{,}4^6\cdot 0{,}6^2$

m13v0344

Dies ist ein beliebter Aufgabentyp, bei dem es darum geht, die Bernoulli-Formel richtig einzusetzen und, wo nötig, auch die Gegenwahrscheinlichkeit zu verwenden.

☐ Kontext für alle folgenden Aufgaben: Drehen eines Glückrads. Die Gewinnwahrscheinlichkeit pro Dreh beträgt p=0,25.

a) Ergänze fehlende Angaben in nachfolgender Tabelle.

Beschreibung des Ereignisses	20-mal Drehen; genau 6 mal gewinnen
Zufallsvariable X	
P(…X…)-Schreibweise	
Beschreibung in B- bzw. F-Schreibweise	
Für GTR: **binompdf** bzw. **binomcdf** ohne Verwendung einer oberen Schranke	

b) Ergänze fehlende Angaben in nachfolgender Tabelle.

Beschreibung des Ereignisses	
Zufallsvariable X	
P(…X…)-Schreibweise	
Beschreibung in B- bzw. F-Schreibweise	
Für GTR: **binompdf** bzw. **binomcdf** ohne Verwendung einer oberen Schranke	binomCdf(25,0.25,8) 0.850562
Für GTR: **binomcdf** ohne Verwendung einer oberen Schranke	

m13v0345

Hier geht es um die Einübung der Schreibweisen für Einzelwahrscheinlichkeiten und kumulierte Wahrscheinlichkeiten.

Bezüglich des GTR-Befehls ist im Video der Befehl des TI Inspire verwendet worden. Es kann sein, dass der Befehl bei anderen GTR-Typen abweicht.

☐

a) Bestimme zur Bernoulli-Kette der Länge $n = 4$ und mit einer Trefferwahrscheinlichkeit von $p = 0{,}3$ die Binomialverteilungen $B(4;\ 0{,}3;\ k)$ und $F(4;\ 0{,}3;\ k)$ und stelle diese in separaten Diagrammen dar.

b) Welcher Binomialverteilung würde das B-Diagramm aus a) entsprechen, wenn du die Reihenfolge der Diagrammbalken umdrehen würdest?

m13v0399

Eine wichtige Aufgabe zum Grundverständnis, wie das Histogramm einer Binomialverteilung zustande kommt.

☐

Gegeben ist eine binomialverteilte Zufallsgröße X mit dem Parameter $n = 6$.

Die nebenstehende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitswerte $P(X \leq k)$ für $k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$ an.

Ergänze den Wert für $k = 6$.

Ermittle die Wahrscheinlichkeit für $P(X = 2)$ und $P(2 \leq X \leq 4)$.

k	P(X≤k)
0	0,0007
1	0,0109
2	0,0705
3	0,2557
4	0,5798
5	0,8824
6	

m13v0453

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

☐

Dargestellt sind die diskrete und die kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilungstabelle einer Binomialverteilung.

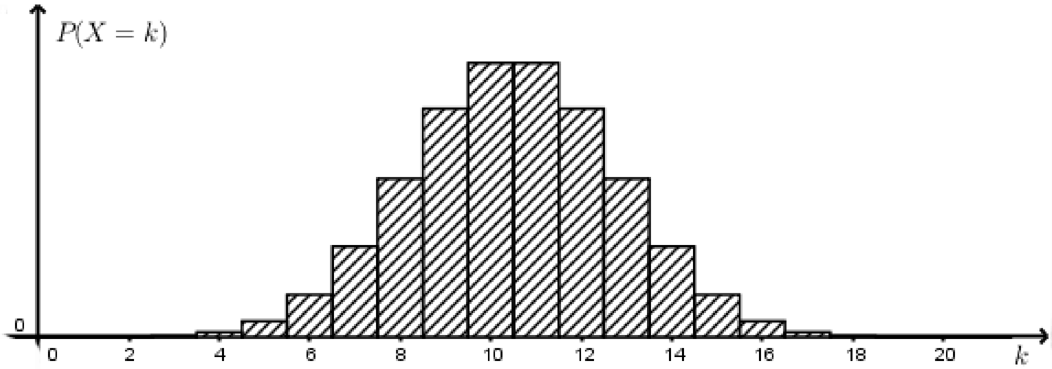
k	$P(X = k)$	$P(X \leq k)$
0	0,0168	0,0168
1	0,0896	0,1064
2		0,3154
3	0,2787	
4	0,2322	0,8263
5	0,1239	0,9502
6	0,0413	0,9915
7	0,0079	0,9993
8	0,0007	1

a) Ergänze die fehlenden Einträge und ermittle die Parameter n und p der Binomialverteilung.

b) Überprüfe dein Ergebnis, indem du die Werte für $P(X = 2)$ und $P(X \leq 3)$ mit den in a) ermittelten Parametern mit dem Taschenrechner berechnest.

m13v0619

Dargestellt ist das Histogramm einer binomialverteilten Zufallsgröße X. Es handelt sich um eine symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung.



Gegeben sind die Wahrscheinlichkeiten: $P(X \leq 12) \approx 0{,}808$ und $P(X = 9) \approx 0{,}140$.

Berechne damit die Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$.

m13v0618

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

Gegeben sei die binomialverteilte Zufallsgröße X mit den Parametern $n = 8$ und der Trefferwahrscheinlichkeit p.

Es gilt $P(X = 7) = 6 \cdot P(X = 8)$

Berechne den Wert von p.

m13v0543

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

Bestimme den Erwartungswert μ einer binomialverteilten Zufallsgröße für Bernoulli-Kettenlängen $n = 1, n = 2$ und $n = 3$, wobei die Trefferwahrscheinlichkeit p beliebig sein kann.

Zeige, dass für diese Fälle $\mu = n \cdot p$ gilt.

m13v0487

Bei dieser Aufgabe soll für drei Beispiele die Gültigkeit der Berechnungsformel für den Erwartungswert einer binomialverteilten Zufallsgröße nachgewiesen werden.

Für n, p, μ und σ liegt eine Binomialverteilung zugrunde. Ergänze die fehlenden Einträge.

	Aufgabe a	Aufgabe b	Aufgabe c	Aufgabe d	Aufgabe e
n	40	120			100
p	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	
μ		30		60	
σ			5		3

m13v0401

Hier geht es um den Zusammenhang zwischen n, p, μ und σ und wie man die Parameter aus gegebenen Parametern berechnet.

☐ Eine Binomialverteilung hat die Parameter $n_1 = 150$ und $p_1 = 0{,}4$.

a) Ermittle die Parameter einer anderen Binomialverteilung, die den gleichen Erwartungswert, aber die $\sqrt{1{,}5}$ –fache Standardabweichung hat.

b) Beschreibe Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Histogramme dieser beiden Binomialverteilungen.

m13v0602

Eine weitere interessante Übungsaufgabe zum Zusammenhang zwischen n, p, μ und σ

☐ Die binomialverteilte Zufallsgröße X hat die Parameter $n = 3$, die Trefferwahrscheinlichkeit p und den Erwartungswert $E(X) = 2$. Bestimme die Wahrscheinlichkeit $\mathrm{P}(\mathrm{X} = 1)$.

m13v0548

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

☐ Eine binomialverteilte Zufallsgröße hat den Erwartungswert 8 und eine Varianz von 6. Bestimme die Parameter n und p der zugehörigen Binomialverteilung.

m13v0647

Eine weitere Aufgabe zum Zusammenhang von n, p, μ und Varianz V.

☐ Eine binomialverteilte Zufallsgröße X hat den Erwartungswert $\mu = 1{,}2$ und die Standardabweichung $\sigma = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Bestimme die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 1)$.

m13v0648

Ähnlich wie **m13v0647**, aber diesmal ist auch eine Wahrscheinlichkeit zu berechnen.

☐ X sei eine binomialverteilte Zufallsgröße mit den Parametern $n = 25$ und $p = \frac{1}{5}$.

a) Bestimme den Erwartungswert und die Standardabweichung von X.

b) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ausschließlich beim ersten, zehnten und letzten Versuch ein Treffer einstellt.

Entscheide, welcher der folgenden Terme zur Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit verwendet werden kann.

I. $3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{22}$

II. $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{22}$

III. $\binom{25}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{22}$

c) Gib einen Term an, mit dem man die Wahrscheinlichkeit berechnen kann, dass unter 25 Versuchen mindestens ein Erfolg eintritt.

m13v0538

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

☐ *Hier einige Verständnisfragen zum Lektionsvideo „Einfluss der Parameter n und p auf den Graphen der Binomialverteilung“:*

a) Die Binomialverteilung hängt nur von zwei Parametern ab, welche sind dies?

b) Wo findet man das Maximum im Histogramm der Binomialverteilung?

c) Die Länge der Bernoulli-Kettenlänge n sei fest vorgegeben. Wie beeinflusst eine Änderung der Werts von p die Form der Binomialverteilung hinsichtlich Lage des Maximums und Form des Histogramms?

d) Welche besondere Eigenschaft hat die Binomialverteilung für $p = 0{,}5$? Drücke diesen Zusammenhang durch eine allgemeine Gleichung in B-Schreibweise aus.

e) Die Trefferwahrscheinlichkeit p sei fest vorgegeben. Wie beeinflusst eine Änderung der Bernoulli-Kettenlänge n die Form des Binomialverteilungsgraphen? Welchen „Trend“ erkennt man hinsichtlich der Form der Verteilung, wenn n immer größer wird.

f) Da man das Ereignis „15 Treffer bei $n = 20$“ äquivalent ausdrücken könnte durch „5 Nieten bei $n = 20$“ ist klar, dass beide Ereignisse dieselbe Wahrscheinlichkeit haben. Drücke diesen Zusammenhang durch eine allgemeine Gleichung in B-Schreibweise aus. Welche Art von Symmetrie beobachtet man bei entsprechenden Verteilungen?

m13v0404

Ein wichtiges Lektionsvideo über den Einfluss der Parameter n und p auf den Verlauf des Histogramms einer Binomialverteilung.

☐ Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 50$ und einer Trefferwahrscheinlichkeit p_x.

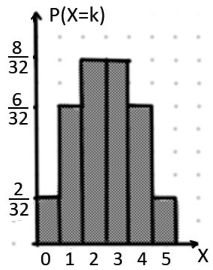
Gib alle Werte von p_x an, für die $\mathrm{P}(\mathrm{X} = 10) < P(\mathrm{X} = 40)$ ist.

m13v0567

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

☐ Die nebenstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X mit der Wertemenge {0; 1; 2; 3; 4; 5}. Unter der ersten Annahme, dass es sich um eine Binomialverteilung handeln könnte, welche Trefferwahrscheinlichkeit p würdest du annehmen (und warum)?

Zeige anschließend, dass es sich nicht um eine Binomialverteilung handelt.

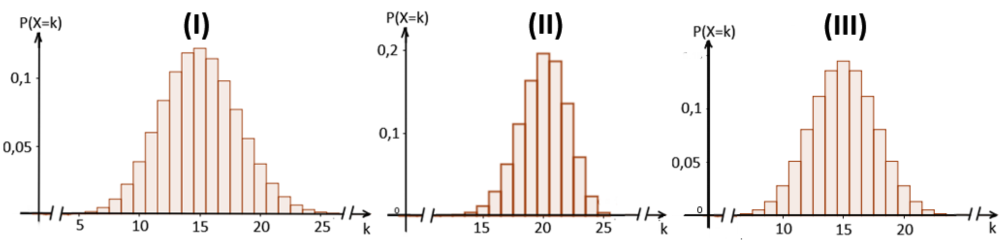


m13v0466

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

☐ Gegeben sind drei Ausschnitte von Binomialverteilungsgraphen (I), (II) und (III).

Welcher der Binomialverteilungen (a) bis (f) gehört zu den dargestellten Graphen. Begründe.



(a) $B_{30;\,0,5}$ (b) $B_{80;\,0,25}$ (c) $B_{20;\,0,1}$

(d) $B_{50;\,0,3}$ (e) $B_{25;\,0,8}$ (f) $B_{40;\,0,5}$

m13v0402

Mit dieser Aufgabe kannst du prüfen, ob du verstanden hast, welche Effekte die Parameter n, p und auch μ auf den Verlauf des Graphen der Binomialverteilung haben.

☐ Bei einem Würfelspiel wird ein fairer Würfel 6-mal geworfen.

Ordne den vier Ereignissen (❶ bis ❹) den jeweils entsprechenden Berechnungsterm (A bis F) für die Wahrscheinlichkeit zu.

❶ Es wird genau eine Sechs gewürfelt.	
❷ Es wird höchstens eine Sechs gewürfelt.	
❸ Es werden mindestens eine Sechs gewürfelt.	
❹ Es wird genau zweimal eine Sechs gewürfelt.	

A	$1-\left(\frac{1}{6}\right)^6$
B	$1-\left(\frac{5}{6}\right)^6$
C	$\left(\frac{1}{6}\right)^6+\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^5\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1$
D	$\left(\frac{5}{6}\right)^6+\binom{6}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^5$
E	$6\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^5$
F	$\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4$

m13v0597

Eine grundlegende Aufgabe zum Aufstellen geeigneter Berechnungsterme für die Wahrscheinlichkeit binomialverteilter Zufallsgrößen.

☐ In einer Urne befinden sich 11 Kugeln. 7 dieser Kugeln sind weiß, die anderen Kugeln sind schwarz.

Mathilda zieht eine Kugel aus der Urne und legt die Kugel danach wieder zurück. Das macht sie insgesamt 4-mal.

Ergänze den Lückentext, sodass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ___①___ , ist durch den Term ___②___ gegeben.

①	
mindestens eine Kugel schwarz ist	☐
alle 4 Kugeln sind schwarz	☐
höchstens eine Kugel schwarz ist	☐

②	
$\left(\frac{7}{11}\right)^4$	☐
$1-\left(\frac{7}{11}\right)^4$	☐
$1-\left(\frac{4}{11}\right)^4$	☐

m13v0598

Eine grundlegende Aufgabe zum Aufstellen geeigneter Berechnungsterme für die Wahrscheinlichkeit binomialverteilter Zufallsgrößen.

☐ Ein fairer Würfel wird dreimal hintereinander geworfen. Berechne ohne Taschenrechner:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit …

a) … fallen genau zwei Sechsen?
b) … fällt mindestens eine Sechs?
c) … fallen mindestens zwei Sechsen?
d) … fallen höchstens zwei Sechsen?
e) … fallen genau zweimal gerade Augenzahlen?

m13v0427

Eine grundlegende Aufgabe zum Aufstellen geeigneter Berechnungsterme für die Wahrscheinlichkeit binomialverteilter Zufallsgrößen.

☐ Eine Maschine produziert am laufenden Band bestimmte Bauteile. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhaftes Teil aus der Maschine herauskommt, beträgt 10%. Die Zufallsgröße X sei die Zahl der fehlerhaften Bauteile.

a) Unter welchen Bedingungen kann man davon ausgehen, dass X binomialverteilt ist?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einer Produktion von 50 Bauteilen …
b1) … genau 5 …
b2) … mindestens 1 …
b3) … höchstens 6 …
b4) … zwischen (einschließlich) 3 und 10 …
b5) … mehr als 2 …
b6) … weniger als 10 …
… fehlerhafte Bauteile erhält?
Schreibe die entsprechende Ereigniswahrscheinlichkeit in der „P(…X…)"-Schreibweise, außerdem in der „$B_{n;p}(k)$"- bzw. „$F_{n;p}(k)$"-Schreibweise für Einzelwahrscheinlichkeiten bzw. für kumulierte Wahrscheinlichkeiten. Gib ebenfalls den entsprechenden Berechnungsbefehl deines GTRs an.

m13v0347

Eine grundlegende Aufgabe zum Aufstellen geeigneter Berechnungsterme für die Wahrscheinlichkeit binomialverteilter Zufallsgrößen.

☐ Der Anteil der Linkshänder in der Bevölkerung beträgt ca. 15%.

Wie viele zufällig ausgewählte Personen muss man mindestens befragen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90%, mindestens einen Linkshänger zu finden?

m13v0348

Ein sehr beliebter Aufgabentyp: „dreimal mindestens Aufgabe". Hier ist der Parameter n gesucht.

☐ Ein Flugunternehmen hat auf einer begehrten Reiseverbindung eine Maschine mit 156 Passagierplätzen im Einsatz. Erfahrungsgemäß treten aber nur 92% der Passagiere die Reise an, weshalb die Fluggesellschaft den Flug immer etwas überbucht, um eine maximale Auslastung und maximalen Gewinn zu erzielen.

Wie viele Tickets darf die Fluggesellschaft höchstens verkaufen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 5% überzählige Passagiere umbuchen oder entschädigen zu müssen?

m13v0350

Auch ein wichtiger Aufgabentyp „Überbuchungs-problem". Hier wird der Wert von n gesucht.

☐ a) X sei eine binomialverteilte Zufallsgröße mit den Parametern $n = 100$ und $p = 0{,}4$.
Gesucht ist die größte Trefferzahl k, für die gilt:
a1) $P(X \leq k) \leq 0{,}05$
a2) $P(35 \leq X \leq k) \leq 0{,}3$

b) Ein Würfel wird 100 mal geworfen. Wie viele Sechsen kann man höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit von maximal 50% erzielen?

m13v0353

Hier ist das k für eine Ereigniswahrscheinlich-keit für einen Bernoulli-Versuch gesucht

☐ Eine Muschel enthält mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eine Perle. Wie groß muss die Wahrscheinlichkeit dafür mindestens sein, um unter 50 Muscheln mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90%, mindestens eine Perle zu finden?

m13v0356

Eine „dreimal-mindestens“-Aufgabe, wobei die Trefferwahrscheinlichkeit p zu bestimmen ist.

☐ Eine Maschine produziert Bauteile mit einer gewissen Fehlerquote. Wie groß darf die Fehlerquote p höchstens sein, damit man in einer Packung, die 100 Teile enthält, mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% höchstens 5 fehlerhafte Bauteile vorfindet?

m13v0358

Wieder eine Aufgabe, bei der der Parameter p gesucht wird.

☐ Ein Glücksspielunternehmen stellt 1 Millionen Rubbellose her, die zu 40% einen Gewinn, ansonsten eine Niete enthalten.

Für 100 zufällig ausgewählte Rubbellose wird untersucht, ob sie einen Gewinn enthalten.

a) Begründe, dass die Binomialverteilung geeignet ist, Vorhersagen zum Ausgang dieser Überprüfung zu machen.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

A: „Mindestens 50 Rubbellose enthalten einen Gewinn.“

B: „Mehr als 60 Rubbellose enthalten eine Niete.“

c) Entscheide, welcher der beiden untenstehenden Berechnungsterme die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass mindestens 40 Rubbellose keinen Gewinn enthalten. Welche Wahrscheinlichkeit gibt der andere Term an?

I. $1 - \sum_{k=41}^{100} \left[\binom{100}{k} \cdot 0{,}6^k \cdot 0{,}4^{100-k}\right]$

II. $\sum_{k=0}^{60} \left[\binom{100}{k} \cdot 0{,}4^k \cdot 0{,}6^{100-k}\right]$

m13v0603

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

Hier geht es darum, geeignete Terme zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit einer binomialverteilten Zufallsgröße zu bestimmen, unter Berücksichtigung und der richtigen Unter-scheidung von Ereignis und Gegenereignis und Treffer- und Nieten-wahrscheinlichkeit.

☐ Gegeben ist die binomialverteilte Zufallsgröße X mit den Parametern n und $\mathrm{p} = 0{,}1$.

Formuliere eine Aufgabenstellung, die sich mit dem Ansatz:

$$1 - 0{,}9^{\mathrm{n}} < 0{,}3$$

lösen lässt.

Die obige Aufgabe ist als hilfsmittelfreie Aufgabe gedacht.

Zusatzaufgabe (mit erlaubter Verwendung des Taschenrechners): Löse die Ungleichung und formuliere einen Antwortsatz.

m13v0557

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“

☐ Eine Maschine produziert Bauteile. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil defekt ist, beträgt p. Ob ein defektes Bauteil aus der Maschine herauskommt, hängt nicht von Zustand des vorigen Bauteils ab.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein defektes Bauteil unter n produzierten Bauteilen auftritt, beträgt 95%.

Kreuze die für diesen Zusammenhang zutreffende Gleichung an.

$(1-p)^n = 0{,}95$	☐
$1-p^n = 0{,}95$	☐
$1-p^n = 0{,}05$	☐
$1-(1-p)^n = 0{,}95$	☐
$1-(1-p)^n = 0{,}05$	☐

m13v0680

Aus der Serie „Mathematisches Schnellkrafttraining“

☐ Eine Fachmesse verschickt 1200 Einladungen an ausgewählte Branchenkunden.

Im Folgenden werden die Ausstellungsstände der Firma ProMathPro betrachtet, die 2 Produkte, A und B, anbietet. Aus der Erfahrung weiß man, dass 50% der Messebesucher das Produkt A für 80 Euro und 20% der Besucher das Produkt B für 220 Euro kaufen.

Ebenfalls weiß man, dass erfahrungsgemäß ca. 65% der eingeladenen Gäste auch kommen.

a) An einem Messetag besuchen 820 Besucher die Ausstellung. Bestimme die Höhe der Einnahmen, mit denen die Firma an diesem Tag rechnen kann.

b) Es soll davon ausgegangen werden, dass die Anzahl der Besucher, die der Einladung folgen, binomialverteilt ist. Welche Voraussetzungen sind dafür erforderlich.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Firma ProMathPro mit Einnahmen von mindestens 65000 Euro an diesem Messetag rechnen kann?

m13v0572

Aus der Serie „So ähnlich im Abi gesehen“