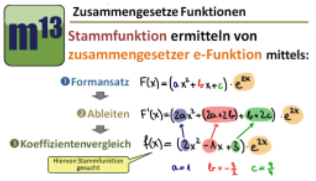
QPh	Analysis	Stammfunktion von zusammengesetzten Funktionen über Formansatz und Koeffizientenvergleich	Aufruf-ID: **m13v0570**



In diesem Video siehst du, wie man elegant eine Stammfunktion zu einer Funktion bestimmt, die aus einer ganzrationalen Funktion mal einer e-Funktion besteht – ganz ohne Integrationsregel. Stattdessen nutzt du die Eigenschaft $F'(x) = f(x)$, einen passenden Ansatz für $F(x)$, die Produktregel und einen einfachen Koeffizientenvergleich – fast wie bei einer Steckbriefaufgabe.

Dies ist ein Arbeitsblatt zum Lektionsvideo: Stammfunktion von zusammengesetzter e-Funktion über Formansatz mit Koeffizientenvergleich

Dieses Arbeitsblatt begleitet dich dabei, die Methode zur Bestimmung einer Stammfunktion $F(x)$ für Funktionen des Typs $f(x) = (Polynom) \cdot e^{kx}$ zu verstehen.

Aufgabe: Bestimme eine Stammfunktion der Funktion $f(x) = (2x^2 - x + 3) \cdot e^{2x}$.

Teil 1: Der Ansatz für die Stammfunktion $F(x)$

1. Die Funktion $f(x) = (2x^2 - x + 3) \cdot e^{2x}$,

   deren Stammfunktion wir suchen, ist ein Produkt aus einer

   - ______________________ Funktion – hier vom Grad ____
   - und einer _________________

2. Das Video stellt eine bestimmte Integrationsmethode vor: Wir stellen uns das Integrieren als "Ableiten, aber rückwärts" vor. Diese Herangehensweise ähnelt einer **Steckbriefaufgabe**.

3. Die Grundidee ist, dass die gesuchte Stammfunktion $F(x)$ **sehr ähnlich** aufgebaut ist wie die gegebene Funktion $f(x)$, denn $F(x)$ ist ebenfalls ein Produkt:

   - aus einer __________________ Funktion – und zwar ebenfalls vom Grad _____
   - und _____________ e-Funktion, also ____.

4. Somit können wir als Ansatz für die Stammfunktion F(x) schreiben:

$$F(x) = (\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{Ansatz für den ganzrationalen Funktionsterm}}) \cdot \underbrace{e^{2x}}_{\text{derselbe e-Funktionsterm wie in } f(x)}$$

Teil 2: Ableiten des Ansatzes $F(x)$

5. Um die unbekannten Koeffizienten a, b und c zu im ganzrationalen Funktionsterm zu finden, bestimmen wir die _____________ der Ansatzfunktion $F(x)$.
   - Da $F(x)$ ein Produkt der Form $F(x) = u(x) \cdot v(x)$ ist, verwenden wir zum Ableiten die __________________.
   - Sie lautet: $F'(x) = \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ + \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_$

 Version 2.0 (04.05.2025)

6. Identifiziere die Faktoren $u(x)$ und $v(x)$ in unserem Ansatz $F(x) = (\qquad) \cdot e^{2x}$:

   $u(x) =$ $\qquad\xrightarrow{ableiten}\qquad$ $u'(x) =$

   $v(x) =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $v'(x) =$

7. Setze die Terme in die Produktregel ein:

   $$F'(x) = (\qquad) \cdot (\qquad) + (\qquad) \cdot (\qquad)$$

8. Vereinfache den Ausdruck für F'(x):

   - Der Faktor e^{2x} kommt in beiden Summanden vor und kann **ausgeklammert** werden.
   - Fasse die Terme in der großen Klammer zusammen
   - Ordne die Terme in der Klammer nach Potenzen von x (x^2, x, Konstante).

Teil 3: Koeffizientenvergleich

9. Aufgrund der Stammfunktion-Definition $F'(x) = f(x)$ wir wissen, dass die Ableitung unserer Stammfunktion $F'(x)$ **genau** die ursprüngliche Funktion $f(x)$ sein muss.

   - Unsere Ausgangsfunktion war: $f(x) = (2x^2 - x + 3) \cdot e^{2x}$
   - In Schritt 8 haben wir $F'(x)$ auf das Format:

     $F'(x) = e^{2x} \cdot [\qquad \cdot x^2 + (\qquad) \cdot x + \qquad]$ gebracht

10. Da die e^{2x}-Faktoren in beiden Funktionstermen gleich sind, müssen die **Polynome in den Klammern identisch** sein. Das nutzen wir für den **Koeffizientenvergleich**.

11. Koeffizientenvergleich:

	… in der Ausgangsfunktion $f(x)$	… in der Funktion $F'(x)$ aus Schritt 9
Koeffizienten von x^2:		
Koeffizienten von x:		
Konstante Terme:		

12. Aus den Gleichungen, die sich aus dem Koeffizientenvergleich ergeben, können wir jetzt a, b und c bestimmen:

QPh	Analysis	Stammfunktion von zusammengesetzten Funktionen über Formansatz und Koeffizientenvergleich	Aufruf-ID: **m13v0570**

Teil 4: Ergebnis

13. Die ermittelten Werte für a, b und c können wir dann in die Ansatzfunktion aus Schritt 4 einsetzen und erhalten so eine Stammfunktion für $f(x) = (2x^2 - x + 3) \cdot e^{2x}$:

$$F(x) = (\qquad\qquad) \cdot e^{2x}$$

Zusatzfrage:

In diesem Video wurde eine Stammfunktion zu einer Funktion

$$f(x) = (Polynom\ vom\ Grad\ n) \cdot e^{(Polynom\ vom\ Grad\ 1)}$$

ermittelt.

Wie müsste der Formansatz gewählt werden, wenn die Ausgangsfunktion folgendes Format hätte:

$$f(x) = (Polynom\ vom\ Grad\ n) \cdot e^{(Polynom\ vom\ Grad\ m)}$$

Begründe:

Halte Ausschau nach ähnlichen und weiterführenden Aufgaben, indem du den untenstehenden QR-Code folgst.

Platz für Notizen:

